

Modell för beräkning av fuktighet i moderna betonger vid variabel temperatur

Att känna till vilken fuktighet man har i en betongkonstruktion är viktigt inom flera ingenjörsområden. Exempelvis kan för höga fuktigheter skapa problem i kontakt med en del andra material inom området "sjuka hus". Vidare är fuktillståndet styrande för risken för frostsador i kallt klimat. För låga fuktillstånd eller för stora fuktdifferenser kan i vissa konstruktioner ge så stora fuktrelaterade rörelser att det uppkommer så stora sprickor i betongen att konstruktionens täthet drastiskt försämras. Även fuktillståndet i sig är en styrande parameter för motståndet mot inträngning av gaser och vätskor i betong. Sammanfattningsvis kan man säga att det finns ett stort behov av att i förväg kunna bestämma vilken fuktighet som uppkommer i en betongkonstruktion och hur den förändras med tiden.

Det har funnits och finns många modeller för beräkning av fukt i betong. De data som dagens modeller är baserade på är vanligtvis relativt gamla, eftersom det tar lång tid att experimentellt bestämma tillförlitliga värden. Dessutom pågår en kontinuerlig utveckling av moderna betonger som kan beskrivas med följande tendenser: 1) vatteninnehållet sänks, 2) nya till-

satsmaterial och filler införs, samt 3) nya, mer effektiva tillsatsmedel används. Den modell som presenteras här baseras på en materialinriktad makromodell. Fördelen med en sådan modell är att man får möjlighet till beräkning av modellparametrarna vid variation av ingående komponenterna inom vissa gränser. Här presenteras formuleringen av materialegenskaperna för denna modell för betonger med ett bindemedel bestående av en kombination av Portlandcement och silikastoft.

Vald modell för fukt- och temperatur i betong

Den presenterade modellen är baserad på modern svensk forskning inom områdena temperatur och fukt i betong, och det övervägande materialet är hämtat från projekt vid de tre lärosätena Chalmers tekniska högskola (CTH), Luleå tekniska universitet (LTU) och Lunds tekniska högskola (LTH). Några väsentliga referenser framgår av den bifogade listan i slutet på artikeln.

Fuktändring vid variabel temperatur

Vid samtidig variation av temperatur och fukt i en betongkonstruktion har man formellt ett kopplat problem, som för ett geo-

Beteckningar

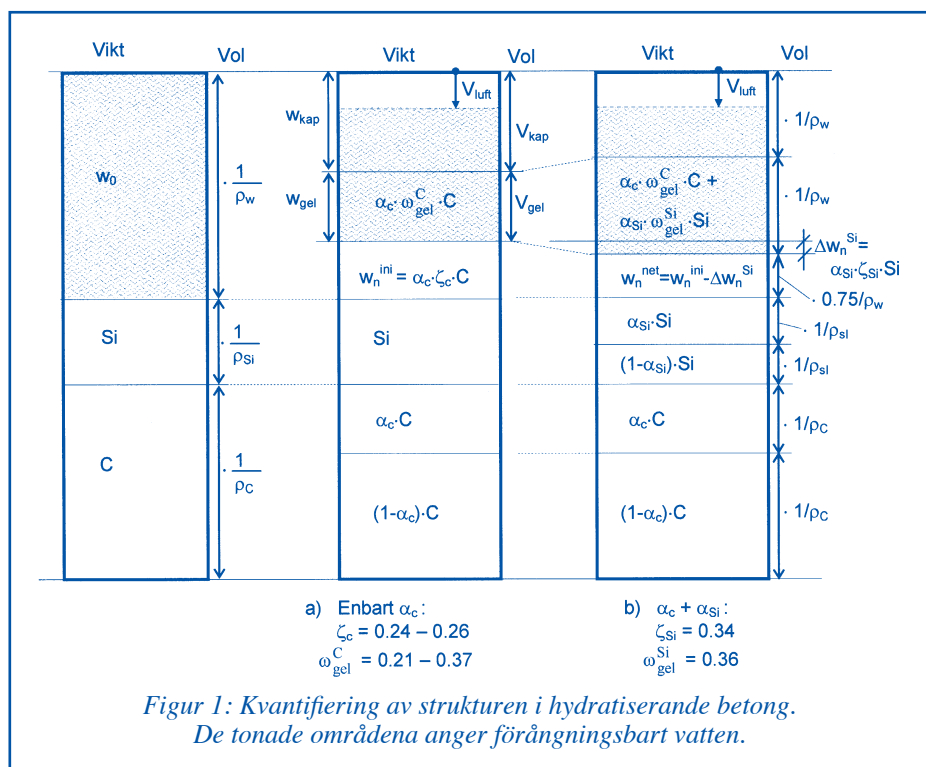
De viktigaste beteckningarna i redovisade ekvationer är:

- C = cementhalt, kg/m^3
- D_p = ångtrycksdiffusivitet, s
- F = fuktflöde, $\text{kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$
- Si = halt silikastoft, kg/m^3
- T = temperatur, $^\circ\text{C}$
- T_{ref} = referenstemperatur, $^\circ\text{C}$ (vanligen 20°C)
- T_K = temperatur, K ($T_K = T + 273$)
- Z_r = ånggenomgångsmotstånd, s/m
- p_v = vattenångans partialtryck, Pa
- t = tid, s
- w_0 = blandningsvattenhalt, kg/m^3
- w_e = förångningsbar vattenhalt, kg/m^3
- w_n = icke-förångningsbar vattenhalt, kg/m^3
- α_C = cementets reaktionsgrad, -
- α_{Si} = silikastoftets reaktionsgrad, -
- δ_v = ånghaltsdiffusivitet, m^2/s
- φ = porfuktighet, -
- φ_{ref} = porfuktighet vid referenstemperatur, -
- ρ_C = cementets densitet, kg/m^3
- ρ_w = vattnets densitet, kg/m^3
- ρ_{Si} = silikastoftets densitet, kg/m^3

metriskt endimensionellt fall inne i en betongvolym kan beskrivas enligt ekvation (1) och (2) i *formelruta 1*, där ekvation (1) brukar benämnas värmeledningsekvationen och ekvation (2) diffusionsekvationen. Kopplingen mellan ekvation (1) och (2) innebär att temperaturledningen på-



Artikelförfattare är **Jan-Erik Jonasson**, Luleå tekniska universitet, **Curt-Arne Carlsson** Betongindustri AB och **Kristina Mjörnell**, SP Sveriges Provnings- och Forskningsinstitut.



verkar diffusionen och vice versa. Generellt måste man då lösa ekvation (1) och ekvation (2) samtidigt. För praktisk tillämpning i betong kan man i flertalet fall förenkla problemet till att vara ett ensidigt beroende så att ekvation (1) löses oberoende av fuktillståndet, och att temperaturtillståndet betraktas vara känt vid lösningen av ekvation (2). Detta är möjligt, eftersom fuktvandringen är mycket långsammare än temperaturledningen samt att man vid lösning av ekvation (1) kan använda en temperaturrelaterad hastighetsfaktor som ”mognadsfunktion”. Här förutsätts nu att temperaturtillståndet, $T(x,t)$, är känt, antingen från en beräkning enligt ekvation (1) eller utifrån mätningar.

Fuktflödet i ekvation (2) har ångtrycksgradienten ($\partial p_v / \partial x$) som drivande potential, vilket uttrycks av ekvation (3). Vid konstant temperatur är det utifrån experiment och viktsmätningar naturligt att utvärderingen av fuktflödet beskrivs med hjälp av gradienten i förångningsbar vattenhalt ($\partial w_e / \partial x$) enligt ekvation (4).

Därefter översätts vanligen vattenhaltsdiffusiviteten (D_w) till en transportkoefficient med ånghalten ($\partial v / \partial x$) som drivande potential enligt ekvation (5).

Dessa tre olika sätt att beskriva fuktflödet speglar olika typer av situationer, eftersom ekvation (4) utgår direkt från experimentella mätningar, ekvation (5) ger vid konstant temperatur en entydig anknytning till material- och tillståndsparametrar (w_0 respektive ϕ). Ekvation (3) bygger på förutsättningen att ångans partialtryck är den funktionella drivande potentialen, vilket möjliggör en enkel beräkning av fukttransporter vid variabel temperatur. Till exempel har man med hjälp av ekvation (3) beräknat fuktflödet vid platta på mark med isolering under plattan.

Sambanden mellan dessa tre olika sätt att formulera fuktflödet beskrivs av betongens fuktkapacitet ($\partial w_e / \partial v$) och allmänna gaslagen ($p_v = v \cdot R \cdot T_K / M_w$) enligt ekvationerna (6) och (7).

Ånghaltsdiffusivitetens (δ_v) beroende av olika bindemedelskombinationer och mognadsålder har för en viss porfuktighet (ϕ) visat sig entydigt vara en funktion av den kapillära porositeten (p_{cap}). Härmed beaktas inverkan av betongens pågående hydrattation på ett rationellt sätt.

Modell för betongens porstruktur

Figur 1 illustrerar den använda strukturmodellen för hydratiserande cementpasta. För en betong innehållande Portlandcement och silikastoft uttrycks det kemiskt bundna vattnet av ekvation (8). Vid fuktmättnad beskrivs mängden förångningsbart vatten av ekvationerna (9) till (11).

Kapillärporositeten beskrivs som andelen kapillärvolym av den totala pastavolymen enligt ekvation (12). Tillämpningen av ekvation (12) för rent Portlandcement ($S_i/C = 0$, $\zeta_c = 0,24$, $\omega_{gel}^C = 0,21$, $\rho_w = 1\,000\text{ kg/m}^3$ och $\rho_c = 3\,150\text{ kg/m}^3$) ger: p_{cap}

Formelruta 1:

$$h(x,t) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (k(x,t) \cdot \frac{\partial T}{\partial x}) + H(x,t) \quad (1)$$

$$u(x,t) \cdot \frac{\partial p_v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (D_p(x,t) \cdot \frac{\partial p_v}{\partial x}) + U(x,t) \quad (2)$$

$$F = -D_p \cdot \frac{\partial p_v}{\partial x} \quad (3)$$

$$F = -D_w \cdot \frac{\partial w_e}{\partial x} \quad (4)$$

$$F = -\delta_v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5)$$

$$D_p = \delta_v \cdot \frac{M_w}{R \cdot T_K} \quad (6)$$

$$\delta_v = D_w \cdot \frac{\partial w_e}{\partial v} \quad (7)$$

$$w_n^{net} = C \cdot \left(\alpha_C \cdot \zeta_C - \alpha_{Si} \cdot \zeta_{Si} \cdot \frac{S_i}{C} \right) \quad (8)$$

$$w_{tot} = w_0 - 0,75 \cdot w_n^{net} \quad (9)$$

$$w_{gel} = \alpha_c \cdot \omega_{gel}^C \cdot C + \alpha_{Si} \cdot \omega_{gel}^{Si} \cdot S_i \quad (10)$$

$$w_{cap} = w_{tot} - w_{gel} \quad (11)$$

$$p_{cap} = \frac{V_{cap}}{V_{paste}} = \frac{w_0}{C} - \left(0,75 \cdot \frac{w_n^{net}}{C} + \frac{w_{gel}}{C} \right) \quad (12)$$

$$= \frac{w_0}{C} + \frac{\rho_w}{\rho_c} + \frac{\rho_w}{\rho_{Si}} \cdot \frac{S_i}{C}$$

$$t_e^C = \int \beta_T^C \cdot \beta_\phi^C \cdot \beta_\alpha^C \cdot dt \quad (13)$$

$$t_e^{Si} = \int \beta_T^{Si} \cdot \beta_\phi^{Si} \cdot dt \quad (14)$$

$$\alpha_C = \eta_C \cdot \alpha_{max}^C \quad (15)$$

$$\alpha_{Si} = \eta_{Si} \cdot \alpha_{max}^{Si} \quad (16)$$

$$\eta_C = \exp(-\lambda_1^C \cdot \left(\ln(1 + \frac{t_e^C}{t_1^C}) \right)^{-\kappa_1^C}) \quad (17)$$

$$\eta_{Si} = \exp(-\lambda_1^{Si} \cdot \left(\ln(1 + \frac{t_e^{Si}}{t_1^{Si}}) \right)^{-\kappa_1^{Si}}) \quad (18)$$

$(w_0 - 0,39 \cdot \alpha_c) / (w_0 + 0,32 \cdot C)$ som är ett välkänt uttryck från Betonghandboken.

Betongens mognad

Betongens mognad beskrivs av reaktionsgraden för respektive komponent i binde-medlet, i detta fall cement respektive silikastoft. Reaktionshastigheten påverkas av följande parametrar:

- temperaturen (cement och silikastoft),
- fuktillståndet (cement och silikastoft),
- reaktionsgraden (cement).

Detta modelleras med att reaktionsgraden för respektive komponent entydigt beror på ekvivalent mognadstid enligt ekvationerna (13) till (18), och de styrande hastighetsfaktorerna framgår av ekvationerna (19) till (25), se *formelruta 2*.

Fuktens inverkan på härdningshastigheten, β_φ^C och β_φ^{Si} , är kopplat till kapillärporernas mättnadsgrad, γ_{cap} , respektive referensfuktigheten, φ_{ref} , se vidare avsnittet nedan om fuktkapaciteten.

Betongens fuktkapacitet vid variabel temperatur

Den hygrotermiska effekten av att betongens porfuktighet, φ , ökar när temperaturen stiger och vice versa, modelleras med ekvation (26).

Den förångningsbara vattenmängden, w_e , för referenstemperaturen uttrycks av gel- och kapillärmättnadsgraderna, γ_{gel} och γ_{cap} , enligt ekvationerna (27) till (30).

Ekvation (27) beskriver betongens jämviktsfuktkurva (fuktisoterm) vid referenstemperaturen, och dess derivata, $\partial w_e / \partial \varphi_{ref}$, anger fuktkapaciteten, det vill säga hur mycket vatten som betongen upptar eller avger när porfuktigheten ändras.

Modellparametrar för diffusionsekvationen

Diffusionsekvationen, ekvation (2), med parametrar kopplade till modellen för betongens porstruktur för hydratiserande betong uttrycks av ekvationerna (31) till (33), där $\partial w_e / \partial \varphi_{ref}$ beräknas genom derivering av ekvation (27); $\partial \varphi_{ref} / \partial \varphi$ beräknas genom derivering av ekvation (26); och p_{sat} är mättnadsångtrycket [Pa] uttryckt av ekvation (34).

Faktorn γ_T uttrycker temperaturens direkta inverkan på fukttransporthastigheten enligt ekvation (35). Vid referenstemperaturen beskrivs fukttransportkoefficienten med ånghalt som drivande potential enligt ekvationerna (36) till (38), se *formelruta 3 på sidan 41*. Det kemiska vattnets bindningshastighet, $\partial w_n^{net} / \partial t$, fås genom derivering av ekvation (8).

Fuktmotståndet vid en kropps rand beskrivs vanligen i form av ånggenomgångsmotstånd, Z_r . Antingen finns sådana värden direkt tillgängliga för olika situationer eller kan man för ett isoleringssmaterial med en viss tjocklek, h_{isol} , och ett konstant ångtransportmotstånd, δ_{isol} , beräkna ångmotståndet enligt ekvation (39).

Vid beskrivning av randvillkoren ut-

Formelruta 2:

$$\beta_T^C = \exp(\Theta_C \cdot (\frac{1}{293} - \frac{1}{T + 273})) \quad (19)$$

$$\beta_\varphi^C = (\gamma_{cap})^4 \quad (20)$$

$$\beta_\alpha^C = (1 - \eta_C)^{\kappa_2^C} \quad (21)$$

$$\beta_T^{Si} = \exp(\Theta_{Si} \cdot (\frac{1}{293} - \frac{1}{T + 273})) \quad (22)$$

$$\beta_\varphi^{Si} = \begin{cases} (2 \cdot \varphi_{ref} - 1)^6 & \text{för } 0.5 < \varphi_{ref} \leq 1 \\ 0 & \text{för } \varphi_{ref} \leq 0.5 \end{cases} \quad (23)$$

$$\Theta_C = \Theta_{ref}^C \cdot \left(\frac{30}{T + 10} \right)^{\kappa_3^C} \quad (24)$$

$$\Theta_{Si} = \Theta_{ref}^{Si} \cdot \left(\frac{30}{T + 10} \right)^{\kappa_3^{Si}} \quad (25)$$

$$\varphi = \varphi_{ref} + \mu_T \cdot \frac{\varphi_{ref} \cdot (1 - \varphi_{ref})}{1.25 - \varphi_{ref}} \cdot (T - T_{ref}) \quad (26)$$

$$\frac{w_e}{C} = \gamma_{gel} \cdot \frac{w_{gel}}{C} + \gamma_{cap} \cdot \frac{w_{cap}}{C} \quad (27)$$

$$\gamma_{gel} = \frac{1 - \exp(-\mu \cdot \varphi_{ref})}{1 - \exp(-\mu)} \quad (28)$$

$$\gamma_{cap} = \frac{\exp(\mu \cdot \varphi_{ref}) - 1}{\exp(\mu) - 1} \quad (29)$$

$$\mu = \mu_1 - \alpha_C \cdot 10 \quad (30)$$

$$u(x, t) = \frac{\partial w_e}{\partial p_v} = \frac{\partial w_e}{\partial \varphi_{ref}} \cdot \frac{\partial \varphi_{ref}}{\partial \varphi} \cdot \frac{1}{p_{sat}} \quad (31)$$

$$D_p(x, t) = \frac{M_w}{R \cdot T_K} \cdot \gamma_T \cdot \delta_v^{ref} \quad (32)$$

$$U(x, t) = - \frac{\partial w_n^{net}}{\partial t} \quad (33)$$

$$p_{sat} = \frac{R \cdot T_K}{M_w \cdot 1000} \cdot \left[4.85 + 3.47 \cdot \left(\frac{T}{10} \right) + 0.945 \cdot \left(\frac{T}{10} \right)^2 + 0.158 \cdot \left(\frac{T}{10} \right)^3 + 0.028 \cdot \left(\frac{T}{10} \right)^4 \right] \quad (34)$$

$$\gamma_T = \exp \left(\theta_D \cdot \left(\frac{1}{293} - \frac{1}{T_K} \right) \right) \quad (35)$$

Formelruta 3:

$$\delta_v^{ref} = \begin{cases} \delta_v^D & \text{f\u00f6r } \varphi_{ref} \leq \varphi_D \\ \delta_v^D + (\delta_v^{100} - \delta_v^D) \cdot \left(\frac{\varphi_{ref} - \varphi_D}{1 - \varphi_D} \right)^{K_D} & \text{f\u00f6r } \varphi_D < \varphi_{ref} \leq 1 \end{cases} \quad (36)$$

$$\delta_v^D = a_D + b_D \cdot p_{cap} \quad (37)$$

$$\delta_v^{100} = c_D + d_D \cdot p_{cap}^2 \quad (38)$$

$$Z_r = \frac{h_{isol}}{\delta_{isol}} \quad (39)$$

$$\beta_r = \frac{M_w}{R \cdot 293} \cdot \frac{1}{Z_r} \quad (40)$$

tryckt i relation till vatten\u00e5ngans partialtryck, p_v , \u00f6vers\u00e4tts fuktmotst\u00e5ndet till ett \u00f6verg\u00e5ngstal, β_r , enligt ekvation (40).

Exempel p\u00e5 ber\u00e4knade fuktigheter

Till\u00e4mpningen av ekvationerna (1) och

(2) exemplifieras h\u00e4r med anv\u00e4ndningen av finita elementmetoden f\u00f6r n\u00e5gra vanliga betongkonstruktioner vid husbyggnad, n\u00e4mligen mellanbj\u00e4lklag och platta p\u00e5 mark med och utan markisolering, se figur 2. Ber\u00e4kningarna startar vid betong-

ens gjutning, och temperaturber\u00e4kningen enligt ekvation (1) sker p\u00e5 motsvarande s\u00e4tt som i programmet Hett97. Utg\u00e5ende fr\u00e5n de resulterande temperaturerna sker en fuktber\u00e4kning enligt ekvation (2).

Figur 3 visar ett exempel p\u00e5 ber\u00e4knade temperaturer och fuktigheter de tv\u00e5 f\u00f6rsta veckorna efter gjutning i punkten markerad "A" i figur 2. F\u00f6ruts\u00e4ttningarna \u00e4r f\u00f6ljande:

Platta p\u00e5 mark, fall b) i figur 2

$H = 250$ mm

$C = 360$ kg/m³ (Standard Portlandcement)

$w_0 / C = 0,4$

$T_{gjut} = 18$ \u00b0C

$T_{luft} = 0, 10$ respektive 20 \u00b0C

Fuktisolering av \u00f6verytan.

I det redovisade exemplet \u00e4r randvillkoren (lufttemperatur, vindhastighet, luftfuktighet respektive betongytans fukt- och v\u00e4rmeisolering) konstanta i tid, men i det utvecklade datorprogrammet kan dessa storheter varieras godtyckligt. ■

Litteraturlista

N\u00e5gra v\u00e4sentliga referenser \u00e4r:

Fagerlund G, 1994: *Struktur och strukturutveckling. Betonghandboken – Material, kap 10*, AB Svensk Byggtj\u00e4nst och Cementa AB, Stockholm.

Hedenblad G, 1993: *Moisture permeability of mature concrete, cement mortar and cement paste*. Lund Institute of Technology, Doctoral Thesis, Lund.

Hedlund H, 2001: *Hardening Concrete – Measurements and Evaluation of Non-Elastic Deformation and Associated Restraint Stresses*. Lule\u00e5 University of Technology, Doctoral Thesis 2000:25, Lule\u00e5.

Helsing Atlassi E, 1993: *A Quantitative Thermogravimetric Study on the Nonevaporable Water in Mature Silica Fume Concrete*. Chalmers University of Technology. Doctoral Thesis, G\u00f6teborg.

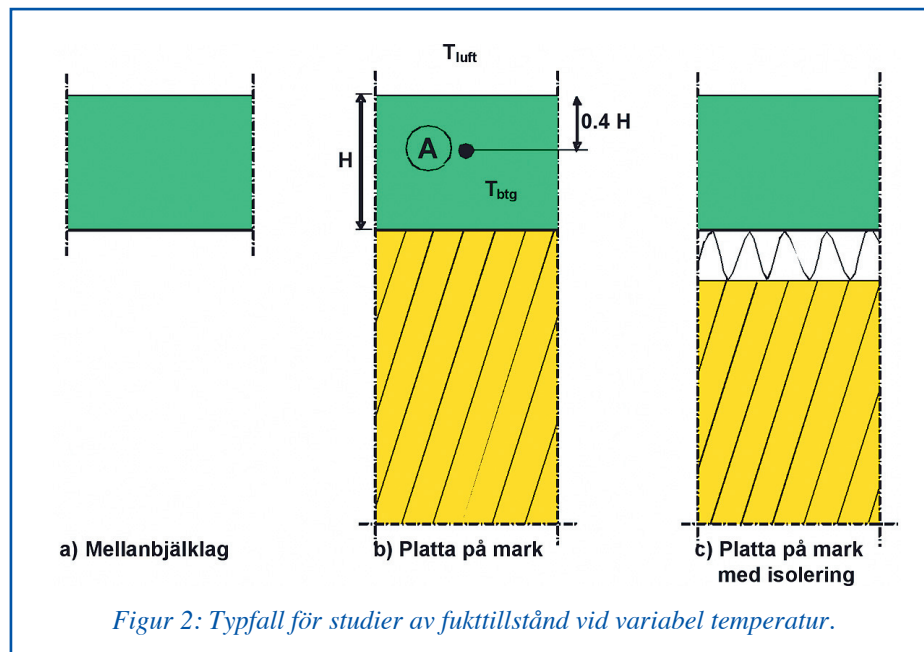
Jonasson J-E, 1994: *Modelling of Temperature, Moisture and Stresses in Young Concrete*. Lule\u00e5 University of Technology, Doctoral Thesis 1994:153D, Lule\u00e5.

Nevander L E och Elmarsson B (1981): *Fukthandboken*. AB Svensk Byggtj\u00e4nst, Stockholm.

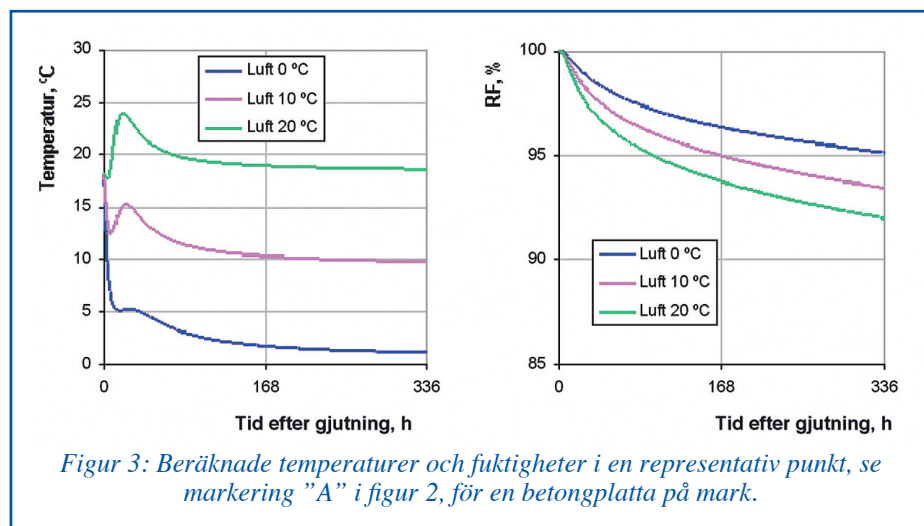
Nilsson L-O, 1980: *Hygroscopic Moisture in Concrete – Drying, Measurements and Related Properties*. Report TVBM-1003, Lund.

Nilsson L-O and Mj\u00f6rnell K, 2005: *A Macro-Model for Self-Desiccation in High Performance Concrete*. In the Proceedings of the Fourth International Research Seminar on Self-Desiccation and its Importance in Concrete Technology, Gaithersburg, Maryland, USA, June 2005, Report TVBM-3126, Lund.

Norling Mj\u00f6rnell K, 1997: *Moisture Conditions in High Performance Concrete – Mathematical Modelling and Measurements*. Chalmers University of Technology. Doctoral Thesis, G\u00f6teborg.



Figur 2: Typfall f\u00f6r studier av fuktillst\u00e5nd vid variabel temperatur.



Figur 3: Ber\u00e4knade temperaturer och fuktigheter i en representativ punkt, se markering "A" i figur 2, f\u00f6r en betongplatta p\u00e5 mark.